POLITECHNIKA WROCŁAWSKA, WYDZIAŁ INFORMATYKI I ZARZĄDZANIA

Estymacja

Zad. 1.
Dla liniowego względem parametrów obiektu o opisie $y = a^T\phi(u)$ dokonano N pomiarów. Uzyskano ciągi $\mathbf{U}_N = [u_1\ u_2\ \ldots u_N]$ na wejściu obiektu i $\mathbf{W}_N = [w_1\ w_2\ \ldots w_N]$ na wyjściu obiektu. Zakłócenia dodają się do mierzonego wyjścia oraz mają wartość oczekiwaną równą zeru i skończoną wariancję. Wyznacz estymator wektora parametrów a.

Zad. 2.
Dla obiektu liniowego $y = au$ dokonano N pomiarów. Dla zadanej serii wejść o wartościach $u_1, u_2, \ldots, u_N$ mierzono wyjście i w wyniku pomiaru uzyskano wartości $w_1, w_2, \ldots, w_N$. Wyznacz estymator parametru a, wiedząc, że:

a) $w = y + z, \qquad f_z(z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\dfrac{(z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right]$

b) $w = y + z, \qquad f_z(z) = \begin{cases} 1 & \text{dla } z \in [0,1] \\ 0 & \text{w przec. przyp.} \end{cases}, \qquad u > 0, \quad a > 0$

Zad. 3.
Dla obiektu liniowego $y = au$ dokonano N pomiarów. Dla zadanej serii wejść o wartościach $u_1, u_2, \ldots, u_N$ uzyskano pomiary wyjść o wartościach $w_1, w_2, \ldots, w_N$. Zakłócenia z są addytywne i mają rozkład normalny $\mathcal{N}(0, \sigma_z)$. Badany obiekt wylosowany jest z populacji o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(\mu_a, \sigma_a$ Wyznacz estymator Bayes'a przyjmując funkcję strat $L(a, \overline{a}) = -\delta(a - \overline{a})$. Dla wyprowadzonego algorytmu rozważ dwie skrajne sytuacje:

a) N jest małe, $\sigma_z >> \sigma_a$,

b) N jest duże, $\sigma_z << \sigma_a$.

DODATEK

Metoda maksymalnej wiarogodności:

$$a^* \rightarrow \max_a \prod_{n=1}^{N} f_z\left(h^{-1}(y_n, w_n)\right)|J|,$$

gdzie:

$$w = h(y, z), \qquad z = h^{-1}(y, w) \qquad J = \frac{\partial h^{-1}}{\partial w}$$

Metoda Bayesa z obserwacjami:

$$a^* \rightarrow \min_{\bar{a}} \int_A L(a, \bar{a}) f_a(a) \prod_{n=1}^{N} f_z\left(h^{-1}(F(u_n, a), w_n)\right)|J| da$$